

# Livret pour les futurs élèves de 2<sup>nde</sup> Générale et technologique

## Sommaire

➤ Quelques conseils	page 1
➤ Calcul numérique : Rappels	page 2
➤ Exercices calcul numérique	page 3
➤ Calcul littéral : Rappels	page 4 et 5
➤ Exercices calcul littéral	page 6
➤ Fonctions : Rappels	page 7 et 8
➤ Exercice Fonctions	page 9
➤ Eléments de correction Exercices calcul numérique	page 10 et 11
➤ Exercices calcul littéral	page 12 et 13
➤ Exercices Fonctions	page 14

Ce livret met l'accent sur trois thèmes fondamentaux pour la poursuite d'étude en mathématiques en 2<sup>nde</sup> générale et technologique : calcul numérique, calcul littéral, étude de fonctions.

Pour chacun de ces thèmes :

- Connaître le cours (faire des fiches), refaire plusieurs fois les exemples et les exercices de vos cours.
- Faire les exercices proposés dans ce document, d'abord sans aucune aide, puis si nécessaire avec l'aide du cours et en dernier recours de la correction.
- **Il est conseillé de fractionner le travail (éviter les longues séances de révision : il est préférable de se concentrer par exemple 30 minutes sur une série d'exercice, sans musique ni téléphone à portée de main).**
- **Il vous est conseillé de dédier un cahier à votre travail des vacances, en mathématiques ou dans d'autres matières. Vous pourrez ainsi le présenter à vos professeurs à la rentrée pour qu'ils puissent mesurer vos efforts.**

Certains de ces exercices sont difficiles, il est normal de ne pas savoir tout faire du premier coup !

En fin de livret, on trouvera des éléments de correction.

## Calcul numérique : Rappels de cours

➤ <u>Nombre rationnels :</u>		<i>Exemples :</i>
<p><u>Simplification de fractions :</u> Le quotient de deux nombres ne change pas si l'on multiplie ou on divise le numérateur ET le dénominateur par un même nombre.</p>	<p>Pour tous entiers <math>a, b, c</math> avec <math>b \neq 0</math> et <math>c \neq 0</math>,</p> $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$	$\frac{8}{10} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{5}$
<p><u>Addition de fractions :</u> Pour deux fractions <u>ayant le même dénominateur</u>, la somme des deux fractions s'effectue en additionnant les numérateurs.</p>	<p>Pour tous entiers <math>a, b, c</math> avec <math>c \neq 0</math>,</p> $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$	$A = \frac{5}{4} + \frac{2}{3}$ $A = \frac{15}{12} + \frac{8}{12}$ $A = \frac{23}{12}$
<p><u>Multiplication de fractions :</u> Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.</p>	<p>Pour tous entiers <math>a, b, c, d</math> avec <math>b \neq 0</math> et <math>d \neq 0</math>,</p> $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$	$B = \frac{-3}{5} \times \frac{7}{-2}$ $B = \frac{-21}{-10} = \frac{21}{10}$
<p><u>Division par une fraction :</u> Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.</p>	<p>Pour tous entiers <math>a, b, c, d</math> avec <math>b \neq 0, c \neq 0</math> et <math>d \neq 0</math>,</p> $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$	$C = \frac{7}{-5} \div \frac{-4}{3}$ $C = \frac{7}{-5} \times \frac{3}{-4} = \frac{21}{20}$

➤ <u>Puissances :</u>		<i>Exemples :</i>
<p><u>Définitions :</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Pour tout nombre <math>a</math> et tout entier positif <math>n</math> non nul, on a :           <math display="block">a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}</math> <p>On lit « <math>a</math> exposant <math>n</math> ».</p> </li> <li>Pour <math>a \neq 0</math>, <math>a^{-n} = \frac{1}{a^n}</math></li> </ul>		$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ $5^{-4} = \frac{1}{5^4}$ $5^3 = \frac{1}{5^{-3}}$
<p><u>Cas particuliers :</u> Pour tout nombre <math>a</math>, <math>a^0 = 1</math> et <math>a^1 = a</math>. <math>a^2</math> se lit « <math>a</math> au carré » et <math>a^3</math> se lit « <math>a</math> au cube ».</p>		$3^0 = 1$ $4^1 = 4$
<p><u>Règles de calcul :</u> Pour tous entiers <math>m</math> et <math>n</math> et pour tous nombres <math>a</math> et <math>b</math> :</p> $a^m \times a^n = a^{m+n} \quad ; \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad ; \quad (a^m)^n = a^{m \times n}$ $(a \times b)^m = a^m \times b^m \quad ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$		$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$ $\frac{5^9}{5^3} = 5^{9-3} = 5^6$ $(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$ $4^3 \times 5^3 = (4 \times 5)^3 = 20^3$ $\frac{21^5}{3^5} = \left(\frac{21}{3}\right)^5 = 7^5$
<p><u>Écriture scientifique :</u> L'écriture scientifique d'un nombre est son écriture sous la forme <math>a \times 10^n</math>, où <math>a</math> est un nombre décimal supérieur ou égal à 1 et strictement inférieur à 10, et <math>n</math> est un nombre entier.</p>		$4,218 \times 10^3 \text{ est l'écriture scientifique de } 4218.$ $5,21 \times 10^{-8} \text{ est l'écriture scientifique de } 0,000\,000\,052\,1$

## Exercices Calcul numérique

Pour les exercices 1 à 6 la consigne est la suivante :

Exprimer sous forme entière ou sous forme de fractions irréductibles les nombres proposés. Les étapes des calculs doivent être détaillées. **Sans utiliser de calculatrice**

### Exercice 1

$$A = \frac{9}{11} + \frac{25}{11}$$

$$B = \frac{15}{13} - \frac{12}{13}$$

$$C = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} + \frac{7}{3}$$

$$D = \frac{22}{23} - \frac{7}{23} - \frac{6}{23}$$

$$E = 5 + \frac{7}{6}$$

$$F = \frac{34}{63} - \frac{2}{9}$$

$$G = \frac{15}{13} + \frac{7}{52}$$

$$H = \frac{25}{51} - \frac{8}{17}$$

### Exercice 2

$$L = \frac{7}{9} \times \frac{8}{5}$$

$$M = \frac{2}{7} \times \frac{6}{11}$$

$$N = \frac{3}{2} \times \frac{5}{23}$$

$$O = \frac{1}{6} \times \frac{1}{8}$$

$$P = \frac{6}{5} \times \frac{9}{42}$$

### Exercice 3

$$E = \frac{5}{7} \div \frac{13}{11} \quad G = \frac{5}{3} \div \frac{7}{2} \quad J = \frac{9}{10} \div \frac{5}{11}$$

### Exercice 4

$$A = \frac{-15}{8} \times \frac{27}{-12} \times \frac{-7}{5} \quad B = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{7}{27}}$$

$$C = \frac{-11}{-18} \div \frac{-8}{15}$$

### Exercice 5

$$A = \frac{2}{3} \times \frac{9}{5} - \frac{1}{4} \quad B = \left( \frac{5}{2} - \frac{7}{4} \right) \div \frac{3}{8}$$

### Exercice 6

$$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} \div \frac{5}{7} \quad B = 1 - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) \times \frac{2}{5}$$

### Exercice 7

Ecrire sous la forme  $a^n$ , où  $a$  est un nombre relatif et  $n$  est un entier relatif (**indiquer toutes les étapes de calculs**) :

$$A = 7^6 \times 7^4$$

$$B = (-4)^4 \times (-4)^{-2}$$

$$C = 8^9 \times 8$$

$$D = 6^6 \times 5^6$$

$$E = \frac{11^3}{11^7}$$

### Exercice 8

Ecrire en notation scientifique :

$$I = 2\,345\,000$$

$$J = 0,005\,78$$

$$K = 0,078\,9 \times 10^9$$

$$L = 5,76 \times 10^{-3}$$

### Exercice 9

Calculer l'expression suivante et donner le résultat en notation scientifique (**indiquer toutes les étapes de calculs**) :


$$A = \frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^3)^2 \times 10^{-8} \times 80}$$

### Problème 1

Trois chats se précipitent sur une assiette de nourriture. Le premier dévore le quart de l'assiette, le deuxième en dévore les trois huitièmes.

1. Calculer la fraction de l'assiette dévorée par les deux premiers chats.
2. Quelle est la part du troisième chat ?

## Calcul littéral : Rappels de cours

➤ <u>Supprimer les parenthèses :</u>	<i>Exemples :</i>
Pour <b>ajouter</b> une somme algébrique, <b>on ajoute</b> chacun de ses termes.	$5 + (7x + y) = 5 + 7x + y$ $3x + (-4y + 9) = 3x - 4y + 9$
Pour <b>soustraire</b> une somme algébrique, <b>on ajoute l'opposé</b> de chacun de ses termes.	$8 - (x - 6y) = 8 + (-x) + (+6y) = 8 - x + 6y$ $x - (-7 + 5y) = x + (+7) + (-5y) = x + 7 - 5y$
 $3 + (2x + 4) \times 7$ n'est pas égal à $3 + 2x + 4 \times 7$ car la parenthèse est suivie de « $\times$ »	

➤ <u>Réduction d'une expression littérale :</u>	<i>Exemples :</i>
Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme la plus simple possible (avec le moins de termes possible).	$A = 7x^2 - 8 + 3x - 2x^2 + 4x + 5$ $A = 7x^2 - 2x^2 + 3x + 4x - 8 + 5$ $A = 5x^2 + 7x - 3$  $B = 5x - (7 - 2x) + 4$ $B = 5x - 7 + 2x + 4$ $B = 5x + 2x - 7 + 4$ $B = 7x - 3$  $C = 4x - 2y + 3 - 6x + 5y + 1$ $C = 4x - 6x - 2y + 5y + 3 + 1$ $C = -2x + 3y + 4$

➤ <u>Développer :</u>	<i>Exemples :</i>
<u>Définition :</u> Développer signifie transformer un produit en une somme.	
<u>Simple distributivité :</u> Pour tous nombres réels $a, b$ , et $k$ on a les identités suivantes : $k(a + b) = ka + kb$ et $k(a - b) = ka - kb$	$A = 3x(2x - 5)$ $A = 3x \times 2x - 3x \times 5$ $A = 6x^2 - 15x$
<u>Double distributivité :</u> Pour tous nombres réels $a, b, c, d$ et $k$ on a les identités suivantes : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$	$B = (2x + 4)(x - 3)$ $B = 2x \times x - 2x \times 3 + 4 \times x - 4 \times 3$ $B = 2x^2 - 6x + 4x - 12$ $B = 2x^2 - 2x - 12$

<p>➤ <b>Factoriser :</b>  <u>Définition</u> : Factoriser une somme, c'est la transformer en un produit.</p>	<p><i>Exemples :</i></p>
<p><u>Simple distributivité</u> :  Pour tous nombres réels <math>a, b</math>, et <math>k</math> on a les identités suivantes :  <math>ka + kb = k(a + b)</math>  et  <math>ka - kb = k(a - b)</math></p>	<p><math>A = 3x^2 - 6x</math>  <math>A = 3x \times x - 3x \times 2</math> On cherche le facteur commun (ici <math>3x</math>)  <math>A = 3x(x - 2)</math></p> <p><math>B = (3x + 1)^2 - (3x + 1)(2x + 5)</math>  <math>B = (3x + 1)(3x + 1) - (3x + 1)(2x + 5)</math> On repère le facteur commun (ici <math>3x + 1</math>).  <math>B = (3x + 1)[(3x + 1) - (2x + 5)]</math> On factorise par le facteur commun.  <math>B = (3x + 1)(3x + 1 - 2x - 5)</math> On supprime les parenthèses du second facteur.  <math>B = (3x + 1)(x - 4)</math> On réduit le second facteur.</p>
<p><u>Factorisation d'une identité remarquable</u> :  Pour tous nombres réels <math>a, b</math> on a :  <math>a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)</math></p>	<p><math>C = 25x^2 - 36</math>  <math>C = (5x)^2 - 6^2</math>  <math>C = (5x + 6)(5x - 6)</math></p>

<p>➤ <b>Résoudre une équation du 1<sup>er</sup> degré à une inconnue</b></p>	<p><i>Exemple :</i></p>
<p><u>Méthode</u> :  Isoler l'inconnue dans un membre de l'égalité.  Pour cela, on ajoute, on soustrait, on multiplie ou on divise par un même nombre chaque membre de l'égalité.</p>	<p>Résoudre l'équation : <math>3x - 5 = 8x + 9</math>  <math>3x - 5 - 8x = 8x + 9 - 8x</math>  <math>-5x - 5 + 5 = 9 + 5</math>  <math>\frac{-5x}{-5} = \frac{14}{-5}</math>  <math>x = -\frac{14}{5}</math></p> <p>La solution de l'équation est <math>-\frac{14}{5}</math>.</p>

<p>➤ <b>Résoudre une équation produit nul</b></p>	<p><i>Exemple :</i></p>
<p>Un produit est nul si, et seulement si, au moins l'un de ses facteurs est nul.</p>	<p>Résoudre l'équation : <math>(x - 9)(x + 4) = 0</math>  Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.  On en déduit que : <math>x - 9 = 0</math> ou <math>x + 4 = 0</math>  <math>x = 9</math> ou <math>x = -4</math></p> <p>Les solutions de l'équation <math>(x - 9)(x + 4) = 0</math> sont : <math>-4</math> et <math>9</math>.</p>

## Exercices Calcul littéral

### Exercice 1

Relier les expressions qui sont égales.

$(4x + 3) - (x + 5)$	●
$7x - (3 + 4x)$	●
$(3 + 4x) - 7x$	●
$6x - 3 - (3x - 6)$	●
$-(4x + 5) - (-x)$	●
$5x + 3 - (-3 + 5x)$	●

$3x + 3$	●
$-3x - 5$	●
$6$	●
$3x - 2$	●
$-3x + 3$	●
$3x - 3$	●

### Exercice 2

Développer puis réduire les expressions :

$$N = 0,1 \times (x + 5)$$

$$O = 4(0,25 - 2x)$$

$$P = (4x + 5 - y) \times 3$$

$$Q = 8(3x + 2) + 24$$

### Exercice 3

Développer puis réduire les expressions suivantes :

$$A = (3x - 4)(7 - 5x)$$

$$B = (x + 11)(2x + 3)$$

$$C = -4(8x - 3) - 6(-5x + 3)$$

$$D = 4x(5 - x)$$

### Exercice 4

Développer puis réduire les expressions suivantes :

$$A = (7x - 3)(2x - 1)$$

$$B = (x - 4)(x - 2) - (3x + 4)(7 - 2x)$$

### Problème 2

1) Détermine l'aire  $A_1$  de la figure **grise n°1** en fonction de  $x$ .

2) Détermine l'aire  $A_2$  de la figure **hachurée n°2** en fonction de  $x$ .

### Exercice 5

Factoriser les expressions :

$$R = 15xy + 30xz$$

$$S = 25x^2y - 15xy^2$$

$$E = (5 + 2x)(3x - 4) - (3x - 4)(7 - x)$$

$$F = (5 - 7x)(2x - 6) + (5 - 7x)^2$$

### Exercice 6

Factoriser les expressions :

$$A = 49 - 16x^2$$

$$B = 25x^2 - 81$$

$$C = (2x + 3)^2 - 49$$

$$D = 25 - (3x - 1)^2$$

$$E = (2 + x)^2 - (4x + 5)^2$$

### Exercice 7

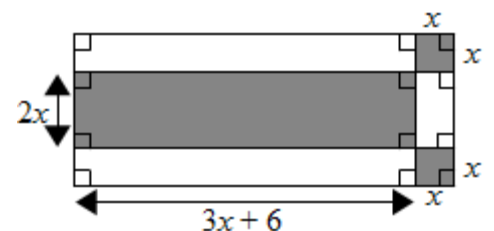
Résoudre les équations suivantes :

a)  $19x - 59 = 5x - 17$

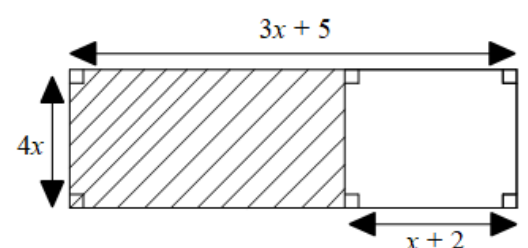
b)  $17x - 74 = 6x - 30$

c)  $(7x - 21)(56 + 4x) = 0$

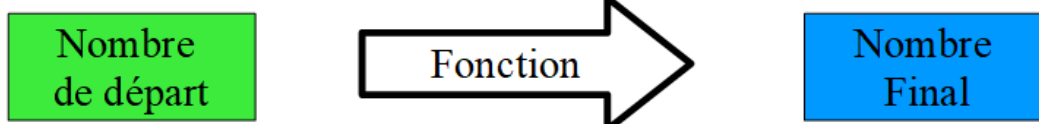
d)  $(8x - 32)(51 - 3x) = 0$



3) Montrer que ces deux figures ont la même aire.



# Fonctions : Rappels de cours



## Définition :

Une fonction est un outil mathématique qui, à un nombre, fait correspondre un **unique** autre nombre.

**Exemple :**  $f$  est la fonction qui à un nombre associe son triple.

On définit bien une fonction car il n'y a qu'un résultat possible pour le triple d'un nombre donné.

La fonction ainsi définie se note  $f : x \mapsto 3x$  ou  $f(x) = 3x$ .

$$f: 5 \mapsto 3 \times 5 = 15 \quad \text{ou} \quad f(5) = 15.$$

$$f: -2 \mapsto 3 \times (-2) = -6 \quad \text{ou} \quad f(-2) = -6.$$

### ➤ Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une expression littérale

#### Définition :

A un nombre  $x$ , une fonction  $f$  associe un nombre et **un seul**, que l'on note  $f(x)$  (lire «  $f$  de  $x$  »).

La fonction ainsi définie se note  $f : x \mapsto f(x)$ .

- $f(x)$  s'appelle l'**image** de  $x$  par la fonction  $f$ .
- $x$  est un **antécédent** de  $f(x)$  par la fonction  $f$ .

#### Exemple :

On considère la fonction  $f$  qui à un nombre  $x$  associe son carré. On la note :  $f: x \mapsto x^2$ .

- **16** est l'**image** de **4** par la fonction  $f$  ; ceci se note :  $f(4) = 16$ .
- **4** est un **antécédent** de **16** par la fonction  $f$  ; **16** a plusieurs **antécédents** : **-4** est un autre **antécédent** de **16** par cette fonction.

### ➤ Déterminer une image ou un antécédent à partir d'un tableau de valeurs

#### Définition :

Le tableau de données est formé de quelques valeurs de  $x$  et de leurs images par la fonction  $f$ .

#### Exemple :

On donne un tableau de données de la fonction  $f$ .

$x$	-10	-3	-1	0	1,5	2,5	5	6	8
$f(x)$	-5	-1	0	1,5	4,25	8	0	-3	-6

Pour trouver l'**image** de **-3** par la fonction  $f$  : on cherche **-3** sur la première ligne du tableau et on lit son **image** sur la deuxième ligne ; l'**image** de **-3** est **-1** et on écrit  $f(-3) = -1$ .

Pour trouver le (ou les) **antécédent(s)** de **-6** par la fonction  $f$  : on cherche **-6** sur la deuxième ligne du tableau et on lit le (ou les) **antécédent(s)** sur la première ligne ; un **antécédent** de **-6** est **8** et on écrit  $f(8) = -6$ .

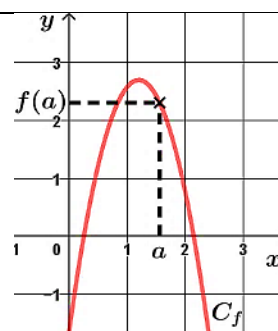
### ➤ Déterminer une image à partir d'une courbe représentative

Soit  $a$  un nombre.

L'image de  $a$  par la fonction  $f$  se note  $f(a)$ .

Pour la lire graphiquement, on place  $a$  sur l'axe des abscisses, et **on lit son image sur l'axe des ordonnées** :

#### Exemple :

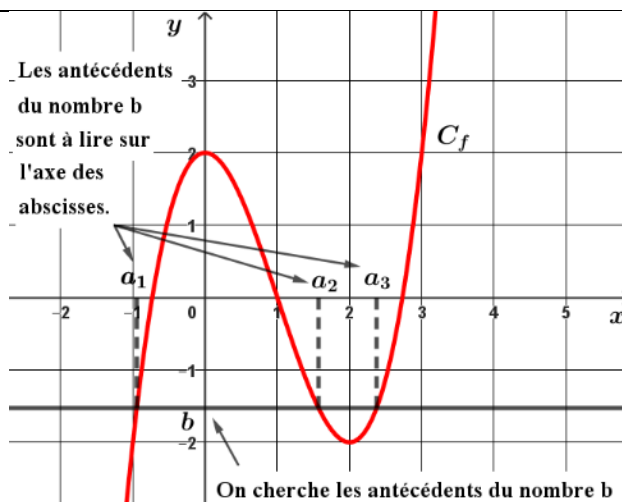


➤ **Déterminer un antécédent à partir d'une courbe représentative**

Soit  $b$  un nombre.  
 Pour lire graphiquement les antécédents du nombre  $b$  par la fonction  $f$ , on place  $b$  sur l'axe des ordonnées et **on lit ses antécédents éventuels sur l'axe des abscisses** :

Remarque : un nombre  $b$  peut avoir zéro, un ou plusieurs antécédents par  $f$ .

Exemple :



➤ **Fonctions affines**

**Définition :**

Une **fonction affine** est une fonction dont l'expression algébrique est de la forme  $f(x) = mx + p$ , où  $m$  et  $p$  sont des nombres fixés.

- $m$  s'appelle le **coefficient directeur**.
- $p$  s'appelle **l'ordonnée à l'origine**.

**Cas particulier :**

Si  $p = 0$ , l'expression devient :  $f(x) = mx$  ; c'est une **fonction linéaire**.

Si  $m = 0$ , l'expression devient :  $f(x) = p$  ; c'est une **fonction constante**.

Remarque : On peut modéliser par une fonction linéaire toute situation de proportionnalité.

La représentation graphique d'une fonction affine  $f$  est **une droite**.

Exemple :

$f(x) = -0,4x + 3$  est l'expression d'une fonction affine avec  $m = -0,4$  et  $p = 3$ .

$g(x) = 7x$  est l'expression d'une fonction linéaire avec  $m = 7$

$h(x) = -5$  est l'expression d'une fonction constante avec  $p = -5$ .

Soit  $f$  la fonction affine dont l'expression est :

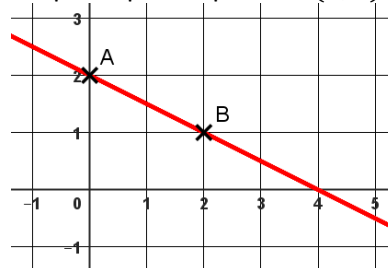
$$f(x) = -0,5x + 2$$

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite ; donc pour la tracer, il suffit de connaître les coordonnées de deux points.

On établit un tableau de valeurs en calculant les images des deux nombres choisis au hasard.

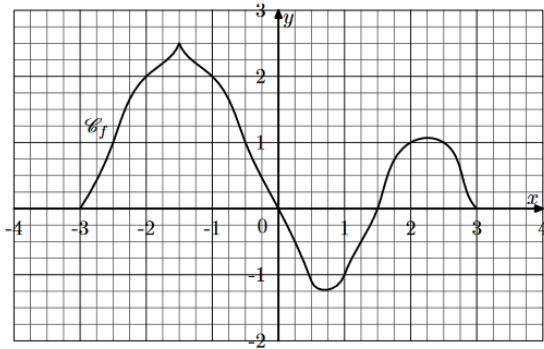
$x$	0	2	$f(0) = -0,5 \times 0 + 2 = 2$
$f(x)$	2	1	$f(2) = -0,5 \times 2 + 2 = 1$

Donc la droite passe par les points  $A(0; 2)$  et  $B(2; 1)$ .



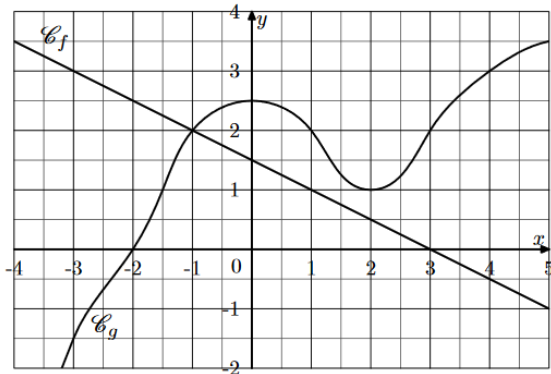
# Exercices Fonctions

**E.1** On considère la fonction  $f$  dont la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  est donnée dans le repère ci-dessous :



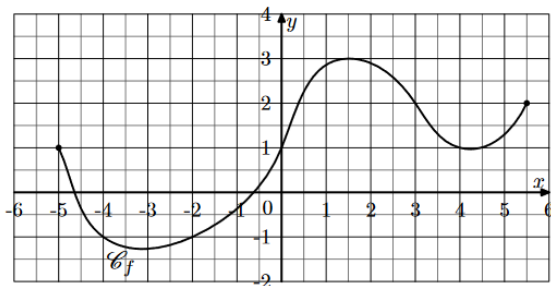
- 1 Parmi les points suivants, lesquels appartiennent à la courbe représentative de la fonction  $f$  :  
 $A(-3; 0)$  ;  $B(-1; 2)$  ;  $C(0; 1,5)$  ;  $D(2; 1)$
- 2 En déduire la valeur des images suivantes :  
 $f(-3)$  ;  $f(-1)$  ;  $f(2)$

**E.2** On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $[-4; 5]$  dont les courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  représentatives sont données dans le repère ci-dessous :



Déterminer les images suivantes :  $f(-2)$  ;  $g(-1)$  ;  $f(2)$  ;  $g(4)$

**E.3** On considère la fonction  $f$  dont la représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  est donnée dans le repère ci-dessous :



On répondra graphiquement à l'ensemble des questions de cet exercice.

- 1 Déterminer les images des nombres suivants par la fonction  $f$  :  
 $-4$  ;  $0$  ;  $3$

**E.7** On considère la fonction  $f$  affine de coefficient directeur 2 et d'ordonnée à l'origine 1.

- 1 Déterminer l'expression algébrique de la fonction  $f$ .
- 2 Déterminer l'image du nombre 3 par la fonction  $f$ .
- 3 Déterminer l'antécédent du nombre 5 par la fonction  $f$ .

- 2
  - a Donner l'ensemble des antécédents du nombre 3 par la fonction  $f$ .
  - b Donner l'ensemble des antécédents du nombre  $-1$  par la fonction  $f$ .
  - c Combien le nombre 2 possède d'antécédents par la fonction  $f$ ?
- 3 Donner les valeurs approchées des coordonnées des points d'intersection de la courbe  $\mathcal{C}_f$  et de l'axe des abscisses.

**E.4** On considère une fonction  $f$  dont on a, pour seule connaissance, le tableau de valeurs ci-dessous :

$x$	-2	0	1	3	6	7
$f(x)$	6	1	2	3	0	-2

Recopier et compléter correctement chacune des phrases ci-dessous :

- 1 L'image du nombre  $-2$  par la fonction  $f$  est ...
- 2 Le nombre 0 est ..... de 6 par la fonction  $f$ .
- 3 Un antécédent du nombre ... par la fonction  $f$  est 0.
- 4 Le nombre ... est un antécédent de  $-2$  par  $f$ .

**E.5** On considère les deux fonctions  $f$  et  $g$  dont les images d'un nombre  $x$  sont définies par les relations :

$$f(x) = 2x - 1 \quad ; \quad g(x) = x^2 - 2x + 3$$

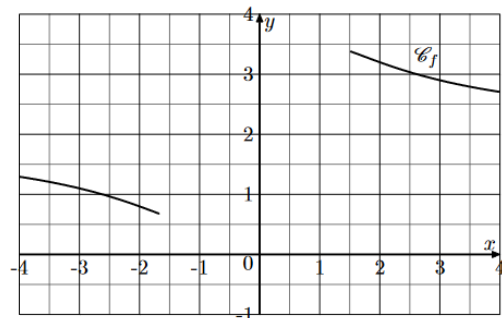
Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

$x$	-2	1	4	$x$	-1	0	2
$f(x)$				$g(x)$			

**E.6** On considère la fonction  $f$  définie par la relation :

$$f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1} + 2$$

Dans le repère ci-dessous, on a donné une partie de la courbe  $\mathcal{C}_f$ .



- 1 On souhaite compléter le tableau de valeurs ci-dessous afin de construire la partie manquante de la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

$x$	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
$f(x)$						

- 2 Placer les points manquants dans le graphique, puis compléter la courbe.

# Éléments de correction

## Exercices Calcul numérique

### Exercice 1

$$A = \frac{9}{11} + \frac{25}{11} = \frac{9+25}{11} = \frac{34}{11}$$

$$C = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} + \frac{7}{3} = \frac{5+4+7}{3} = \frac{16}{3}$$

$$E = 5 + \frac{7}{6} = \frac{5 \times 6}{1 \times 6} + \frac{7}{6} = \frac{30}{6} + \frac{7}{6} = \frac{37}{6}$$

$$G = \frac{15}{13} + \frac{7}{52} = \frac{15 \times 4}{13 \times 4} + \frac{7}{52} = \frac{60}{52} + \frac{7}{52} = \frac{67}{52}$$

$$B = \frac{15}{13} - \frac{12}{13} = \frac{15-12}{13} = \frac{3}{13}$$

$$D = \frac{22}{23} - \frac{7}{23} - \frac{6}{23} = \frac{22-7-6}{23} = \frac{9}{23}$$

$$F = \frac{34}{63} - \frac{2}{9} = \frac{34}{63} - \frac{2 \times 7}{9 \times 7} = \frac{34}{63} - \frac{14}{63} = \frac{20}{63}$$

$$H = \frac{25}{51} - \frac{8}{17} = \frac{25}{51} - \frac{8 \times 3}{17 \times 3} = \frac{25}{51} - \frac{24}{51} = \frac{1}{51}$$

### Exercice 2

$$L = \frac{7}{9} \times \frac{8}{5} = \frac{7 \times 8}{9 \times 5} = \frac{56}{45}$$

$$N = \frac{3}{2} \times \frac{5}{23} = \frac{3 \times 5}{2 \times 23} = \frac{15}{46}$$

$$P = \frac{6}{5} \times \frac{9}{42} = \frac{6 \times 9}{5 \times 7 \times 6} = \frac{9}{35}$$

$$M = \frac{2}{7} \times \frac{6}{11} = \frac{2 \times 6}{7 \times 11} = \frac{12}{77}$$

$$O = \frac{1}{6} \times \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{6 \times 8} = \frac{1}{48}$$

### Exercice 3

$$E = \frac{5}{7} \div \frac{13}{11}$$

$$E = \frac{5}{7} \times \frac{11}{13}$$

$$E = \frac{55}{91}$$

$$G = \frac{5}{3} \div \frac{7}{2}$$

$$G = \frac{5}{3} \times \frac{2}{7}$$

$$G = \frac{10}{21}$$

$$J = \frac{9}{10} \div \frac{5}{11}$$

$$J = \frac{9}{10} \times \frac{11}{5}$$

$$J = \frac{99}{50}$$

### Exercice 4

$$A = \frac{-15}{8} \times \frac{27}{-12} \times \frac{-7}{5}$$

$$A = -\frac{5 \times 3 \times 3 \times 9 \times 7}{8 \times 4 \times 3 \times 5}$$

$$A = -\frac{189}{32}$$

$$B = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{7}{27}}$$

$$B = \frac{2}{9} \div \frac{7}{27}$$

$$B = \frac{2}{9} \times \frac{27}{7}$$

$$B = \frac{2 \times 3 \times 9}{9 \times 7}$$

$$B = \frac{6}{7}$$

$$C = \frac{-11}{-18} \div \frac{-8}{15}$$

$$C = -\frac{11}{18} \times \frac{15}{8}$$

$$C = -\frac{11 \times 5 \times 3}{3 \times 6 \times 8}$$

$$C = -\frac{55}{48}$$

### Exercice 5

$$A = \frac{2}{3} \times \frac{9}{5} - \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 5} - \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{6}{5} - \frac{1}{4}$$

$$A = \frac{6 \times 4}{5 \times 4} - \frac{1 \times 5}{4 \times 5}$$

$$A = \frac{24}{20} - \frac{5}{20}$$

$$A = \frac{19}{20}$$

$$B = \left( \frac{5}{2} - \frac{7}{4} \right) \div \frac{3}{8}$$

$$B = \left( \frac{5 \times 2}{2 \times 2} - \frac{7}{4} \right) \div \frac{3}{8}$$

$$B = \left( \frac{10}{4} - \frac{7}{4} \right) \div \frac{3}{8}$$

$$B = \frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$$

$$B = \frac{3}{4} \times \frac{8}{3}$$

$$B = 2$$

### Exercice 6

$$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} \div \frac{5}{7}$$

$$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} \times \frac{7}{5}$$

$$A = \frac{6}{5} - \frac{17 \times 7}{7 \times 2 \times 5}$$

$$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{10}$$

$$A = \frac{12}{10} - \frac{17}{10}$$

$$A = -\frac{5}{10}$$

$$A = -\frac{1}{2}$$

$$B = 1 - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) \times \frac{2}{5}$$

$$B = 1 - \left( \frac{4}{12} + \frac{3}{12} \right) \times \frac{2}{5}$$

$$B = 1 - \frac{7}{12} \times \frac{2}{5}$$

$$B = 1 - \frac{7 \times 2}{2 \times 6 \times 5}$$

$$B = 1 - \frac{7}{30}$$

$$B = \frac{30}{30} - \frac{7}{30}$$

$$B = \frac{23}{30}$$

### Exercice 7

$$A = 7^6 \times 7^4 = 7^{10}$$

$$B = (-4)^4 \times (-4)^{-2} = (-4)^2$$

$$C = 8^9 \times 8 = 8^{10}$$

$$D = 6^6 \times 5^6 = (6 \times 5)^6 = 30^6$$

$$E = \frac{11^3}{11^7} = 11^{-4}$$

### Exercice 8

$$I = 2\,345\,000 = 2,345 \times 10^6$$

$$J = 0,005\,78 = 5,78 \times 10^{-3}$$

$$K = 0,078\,9 \times 10^9 = 7,89 \times 10^7$$

$$L = 5,76 \times 10^{-3}$$

### Exercice 9

$$A = \frac{16 \times 10^{-1} \times 2}{(10^3)^2 \times 10^{-8} \times 80} = \frac{16 \times 2}{80} \times \frac{10^{-1}}{(10^3)^2 \times 10^{-8}} = \frac{32}{80} \times \frac{10^{-1}}{10^6 \times 10^{-8}} = 0,4 \times \frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 0,4 \times 10^1 = 4$$

### Problème 1

Trois chats se précipitent sur une assiette de nourriture. Le premier dévore le quart de l'assiette, le deuxième en dévore les trois huitièmes.

1.

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{1 \times 2}{4 \times 2} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$
 Les deux premiers chats ont dévoré  $\frac{5}{8}$  de l'assiette.

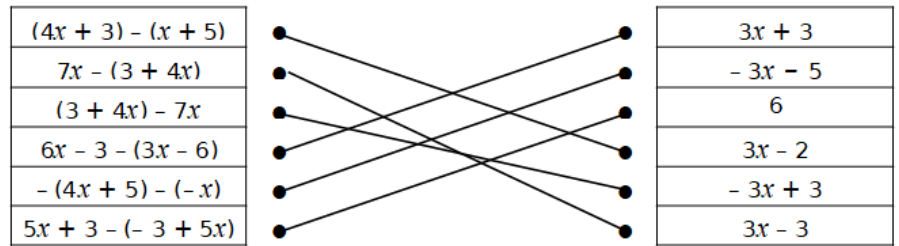
2.

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$
 Le troisième chat a dévoré  $\frac{3}{8}$  de l'assiette.

## Exercices Calcul littéral

### Exercice 1

Relier les expressions qui sont égales.



### Exercice 2

$$N = 0,1 \times (x + 5)$$

$$N = 0,1 \times x + 0,1 \times 5$$

$$N = 0,1x + 0,5$$

$$O = 4(0,25 - 2x)$$

$$O = 4 \times 0,25 - 4 \times 2x$$

$$O = 1 - 8x$$

$$P = (4x + 5 - y) \times 3$$

$$P = 4x \times 3 + 5 \times 3 - y \times 3$$

$$P = 12x + 15 - 3y$$

$$Q = 8(3x + 2) + 24$$

$$Q = 8 \times 3x + 8 \times 2 + 24$$

$$Q = 24x + 16 + 24 = 24x + 40$$

### Exercice 3

$$A = (3x - 4)(7 - 5x)$$

$$A = 3x \times 7 - 3x \times 5x - 4 \times 7 + 4 \times 5x$$

$$A = 21x - 15x^2 - 28 + 20x$$

$$A = -15x^2 + 41x - 28$$

$$B = (x + 11)(2x + 3)$$

$$B = x \times 2x + x \times 3 + 11 \times 2x + 11 \times 3$$

$$B = 2x^2 + 3x + 22x + 33$$

$$B = 2x^2 + 25x + 33$$

$$C = -4(8x - 3) - 6(-5x + 3)$$

$$C = -4 \times 8x + 4 \times 3 + 6 \times 5x - 6 \times 3$$

$$C = -32x + 12 + 30x - 18$$

$$C = -2x - 6$$

$$D = 4x(5 - x)$$

$$D = 4x \times 5 - 4x \times x$$

$$D = 20x - 4x^2$$

### Exercice 4

$$A = (7x - 3)(2x - 1)$$

$$A = 7x \times 2x - 7x \times 1 - 3 \times 2x + 3 \times 1$$

$$A = 14x^2 - 7x - 6x + 3$$

$$A = 14x^2 - 13x + 3$$

$$B = (x - 4)(x - 2) - (3x + 4)(7 - 2x)$$

$$B = x \times x - x \times 2 - 4 \times x + 4 \times 2 - (3x \times 7 - 3x \times 2x + 4 \times 7 - 4 \times 2x)$$

$$B = x^2 - 2x - 4x + 8 - (21x - 6x^2 + 28 - 8x)$$

$$B = x^2 - 2x - 4x + 8 - 21x + 6x^2 - 28 + 8x$$

$$B = 7x^2 - 19x - 20$$

### Exercice 5

$$R = 15xy + 30xz$$

$$R = 15x \times y + 2 \times 15x \times z$$

$$R = 15x(y + 2z)$$

$$S = 25x^2y - 15xy^2$$

$$S = 5 \times 5 \times x \times x \times y - 3 \times 5 \times x \times y \times y$$

$$S = 5xy(5x - 3y)$$

$$E = (5 + 2x)(3x - 4) - (3x - 4)(7 - x) = (3x - 4)[5 + 2x - (7 - x)]$$

$$E = (3x - 4)(5 + 2x - 7 + x)$$

$$E = (3x - 4)(3x - 2)$$

$$F = (5 - 7x)(2x - 6) + (5 - 7x)^2 = (5 - 7x)(2x - 6) + (5 - 7x)(5 - 7x)$$

$$F = (5 - 7x)(2x - 6 + 5 - 7x)$$

$$F = (5 - 7x)(-1 - 5x)$$

## Exercice 6

$$A = 49 - 16x^2$$

$$A = 7^2 - (4x)^2$$

$$A = (7 + 4x)(7 - 4x)$$

$$B = 25x^2 - 81$$

$$B = (5x)^2 - 9^2$$

$$B = (5x - 9)(5x + 9)$$

$$C = (2x + 3)^2 - 49$$

$$C = (2x + 3)^2 - 7^2$$

$$C = (2x + 3 + 7)(2x + 3 - 7)$$

$$C = (2x + 10)(2x - 4)$$

$$D = 25 - (3x - 1)^2$$

$$D = 5^2 - (3x - 1)^2$$

$$D = (5 + 3x - 1)(5 - 3x + 1)$$

$$D = (4 + 3x)(6 - 3x)$$

$$E = (2 + x)^2 - (4x + 5)^2$$

$$E = (2 + x + 4x + 5)(2 + x - (4x + 5))$$

$$E = (5x + 7)(2 + x - 4x - 5)$$

$$E = (5x + 7)(-3x - 3)$$

## Exercice 7

a)  $19x - 59 = 5x - 17$

$$19x - 59 - 5x = 5x - 17 - 5x$$

$$14x - 59 = -17$$

$$14x - 59 + 59 = -17 + 59$$

$$14x = 42$$

$$x = \frac{42}{14} = 3$$

3 est la solution de l'équation  $19x - 59 = 5x - 17$ .

b)  $17x - 74 = 6x - 30$

$$17x - 74 - 6x = 6x - 30 - 6x$$

$$11x - 74 = -30$$

$$11x - 74 + 74 = -30 + 74$$

$$11x = 44$$

$$x = \frac{44}{11} = 4$$

4 est la solution de l'équation  $17x - 74 = 6x - 30$ .

c) Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

On en déduit que :  $7x - 21 = 0$  ou  $56 + 4x = 0$

$$7x = 21 \text{ ou } 4x = -56$$

$$x = \frac{21}{7} \text{ ou } x = \frac{-56}{4}$$

$$x = 3 \text{ ou } x = -14$$

Les solutions de l'équation produit  $(7x - 21)(56 + 4x) = 0$  sont : 3 et -14.

d) Si un produit est nul, alors l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

On en déduit que :  $8x - 32 = 0$  ou  $51 - 3x = 0$

$$8x = 32 \text{ ou } -3x = -51$$

$$x = \frac{32}{8} \text{ ou } x = \frac{-51}{-3}$$

$$x = 4 \text{ ou } x = 17$$

Les solutions de l'équation produit  $(8x - 32)(51 + 3x) = 0$  sont : 4 et 17.

## Problème 2

1)  $A_1 = 2x(3x + 6) + x^2 + x^2$

2)  $A_2 = 4x[3x + 5 - (x + 2)]$

3)  $A_1 = 2x(3x + 6) + x^2 + x^2$

$$A_2 = 4x[3x + 5 - (x + 2)]$$

$$A_1 = 2x \times 3x + 2x \times 6 + 2x^2$$

$$A_2 = 4x(3x + 5 - x - 2)$$

$$A_1 = 6x^2 + 12x + 2x^2$$

$$A_2 = 4x(2x + 3)$$

$$A_1 = 8x^2 + 12x$$

$$A_2 = 4x \times 2x + 4x \times 3$$

$$A_2 = 8x^2 + 12x$$

Ainsi, les deux figures ont la même aire.

## Exercices Fonctions

### C.1

① Les points appartenant à la courbe  $\mathcal{C}_f$  sont :

$$A(-3;0) \ ; \ B(-1;2) \ ; \ D(2;1)$$

② On a les images de nombres par la fonction  $f$  :

$$f(-3) = 0 \ ; \ f(-1) = 2 \ ; \ f(2) = 1$$

### C.2

- Le point  $(-2;2,5)$  appartient à la courbe  $\mathcal{C}_f$  de la fonction  $f$ . On en déduit :  $f(-2) = 2,5$
- Le point  $(-1;2)$  appartient à la courbe  $\mathcal{C}_g$  de la fonction  $g$ . On en déduit :  $g(-1) = 2$
- Le point  $(2;0,5)$  appartient à la courbe  $\mathcal{C}_f$  de la fonction  $f$ . On en déduit :  $f(2) = 0,5$
- Le point  $(4;3)$  appartient à la courbe  $\mathcal{C}_g$  de la fonction  $g$ . On en déduit :  $g(4) = 3$

### C.3

① Déterminons les images demandées par la fonction  $f$  :

- Le point de coordonnées  $(-4;-1)$  appartient à la courbe  $\mathcal{C}_f$  ; on en déduit que l'image du nombre  $-4$  est  $-1$  :

$$f(-4) = -1$$

- On a  $(0;1) \in \mathcal{C}_f$ . On en déduit l'image du nombre 0 est 1 :

$$f(0) = 1$$

- On a  $(3;2) \in \mathcal{C}_f$ . Ainsi, l'image du nombre 3 par la fonction  $f$  est le nombre 2 :

$$f(3) = 2$$

② a) La courbe  $\mathcal{C}_f$  possède un unique point possédant la valeur 3 pour abscisse : ses coordonnées sont  $(\frac{3}{2}; 3)$ .

On en déduit que la fonction admet un unique antécédent de 3 et c'est 1,5

b) Les deux points de coordonnées  $(-4;-1)$  et  $(-2;-1)$  sont les seuls points de la courbe  $\mathcal{C}_f$  ayant  $-1$  pour ordonnées : la fonction  $f$  admet pour antécédents de  $-1$  les deux nombres  $-4$  et  $-2$ .

c) On remarque que la droite horizontale passant par le "2" intercepte la courbe  $\mathcal{C}_f$  en trois points : la fonction  $f$  admet trois antécédents du nombre 2.

③ La courbe  $\mathcal{C}_f$  intercepte l'axe des abscisses en deux points dont les abscisses ont pour valeurs approchées :

$$-4,7 \ ; \ -0,6$$

C.4 Voici les phrases complétées :

- ① L'image du nombre  $-2$  par la fonction  $f$  est 6.
- ② Le nombre 0 est l'image de 6 par la fonction  $f$ .
- ③ Un antécédent du nombre 1 par la fonction  $f$  est 0.
- ④ Le nombre 7 est un antécédent de  $-2$  par  $f$ .

C.5 On a les deux tableaux de valeurs suivants :

$x$	-2	1	4
$f(x)$	-5	1	7

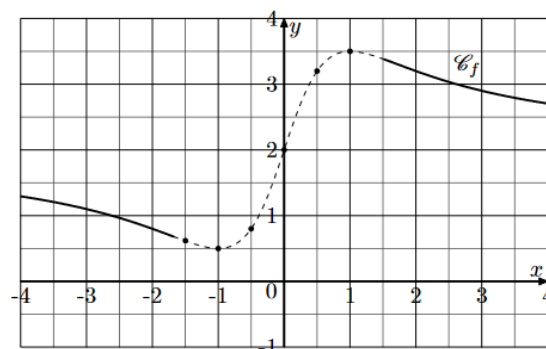
$x$	-1	0	2
$g(x)$	6	3	3

### C.6

① Voici le tableau complété :

$x$	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
$f(x)$	0,62	0,5	0,8	2	3,2	3,5

② Voici la représentation de la courbe  $\mathcal{C}_f$  :



### C.7

① L'image de  $x$  par la fonction  $f$  a pour expression algébrique :

$$f(x) = 2x + 1$$

② Ainsi, l'image de 3 par la fonction  $f$  a pour valeur :

$$f(3) = 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7$$

③ L'antécédent du nombre 5 par la fonction  $f$  vérifie la relation :

$$\begin{array}{l|l} f(x) = 5 & x = \frac{4}{2} \\ 2x + 1 = 5 & x = 2 \\ 2x = 5 - 1 & \\ 2x = 4 & \end{array}$$

Ainsi, l'antécédent du nombre 5 par la fonction  $f$  a pour valeur 2.